

מתמטיקה דיסקרטית לתלמידי הנדסה ומדעים

פרק 11 - שובך היוונים

תוכן העניינים

1
1. שובך היוונים

שובר היונים

שאלות

- 1)** תהי $A = \{1, 2, 3, \dots, 49\}$. הוכיחו כי לכל בחירה של קבוצה $A \subseteq B$, כך ש- $|B| - |A| \geq 26$, יהיו ב- B לפחות שני איברים שסכוםם 49.
- 2)** תהי A קבוצה של שישה מספרים מトーֹך {1, ..., 11}. הוכיחו כי קיימות שתי תת-קבוצות של A שסכום אבריהם שווה.
- 3)** מה הגודל המרבי של קבוצה של מספרים טבעיות, שבה אין שני מספרים שסכוםם או הפרשיהם מתחלק ב-9009? נמקו.
- 4)** תהי A קבוצה של n מספרים טבעיות כלשהם. הוכיחו שקיימת קבוצה חילקית לא-ריקה של A , שסכום איבריה מתחלק ב- n .
- 5)** הוכיחו כי בכל צביעה של המישור בשני צבעים, כחול ואדום, יש שתי נקודות שמרחיקן אחד והן צבועות באותו צבע.
- 6)** יהי $\mathbb{N} \in n$. הוכיחו כי קיים $\mathbb{N} \in k$, כך שבמ"ש הטבאי $n \cdot k$ מופיעות הספרות 7 ו-0 בלבד.
- 7)** הוכיחו כי מבין כל 12 מספרים דו-ספרתיים יש שניים שהפרשם בעל שתי ספרות זהות.
- 8)** הוכיחו כי מבין כל בחירת 26 נקודות בתחום משולש שווה צלעות, שאורך צלעו הוא אחד, יש שתי נקודות שהמרחק ביניהן קטן מ- $\frac{1}{5}$.
- 9)** הוכיחו כי בכל בחירה של $1 + n$ מספרים מトーֹך הקבוצה $\{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ יש שני מספרים y ו- x כך ש-
א. y, x זרים (כלומר, המחלק המשותף המקסימלי שלהם הוא 1).
ב. x מתחלק ב- y ללא שארית.
ג. הראו כי החסם הנ"ל הדוק, כלומר אפשר לבחור n מספרים מבלתי שיתקייםו תנאים א-ו-ב.

10) נבחר 46 מספרים מתוך הקבוצה $\{1, 2, 3, \dots, 81\}$.

הוכיחו כי יש שני מספרים שהפרשם הוא בדיקן 9.

הוכיחו גם כי המספר הניל הדוק (כלומר מצאו 45 מספרים מתוך $\{1, 2, 3, \dots, 81\}$, שאין בהם שניים שהפרשם הוא בדיקן 9).

11) תהי A קבוצה בת 20 מספרים מתוך הסדרה החשבונית $100, 101, \dots, 104$.

הוכיחו כי יש שני מספרים שסכוםם 104.

12) a אנשים נפגשו במסיבה ולהצוו ידיהם.

הוכיחו כי יש שני אנשים שלחצוו בדיקן אותו מספר ידיהם.

13) הוכיחו כי בכל צביעה של קשתות הגרף השלם K_6 בשני צבעים, יש מושלש מונוכרומטי.

14) הוכיחו כי בכל גראף יש שני קודקודים בעלי אותה דרגה.

15) לפוליטיקאי נותרו 50 ימים עד לבחירות, והוא מתכוון נאומי בחירות: לפחות אחד ביום אך לא יותר מ-75 נאומיים בסך הכל.

הוכיחו כי קיימת סדרת ימים שבהם הוא נואם 24 נאומים.

16) יהי $n \in \mathbb{N}$.

הוכיחו כי קיימים $m \in \mathbb{N}$, כך ש- n מחלק את $2^m - 1$.

הדרך: התבוננו בסדרה $2^1 - 1, 2^2 - 1, 2^3 - 1, \dots, 2^{n+1} - 1$.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il